UNIVERSITE MOHAMED I

FACULTÉ DES SCIENCES
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
ET INFORMATIQUE
OUJDA

Année Universitaire 2005/06
Section : SMP-SMC (S_1)
Session de rattrapage

Examen Math1 (algèbre)

Execice: 1 *(Questions de cours.)*

1. *Soient $P(X)$ un polynôme de $\mathbb{R}[X]$ et $a \in \mathbb{R}$. On suppose que $P(a) = 0$, quelle est alors la relation entre $(X - a)$ et $P(X)$?*
2. *Soit A une matrice à coefficients dans $\mathbb{R}$. Donner une condition pour que A soit inversible.*

Execice: 2

1. (a) *Montrer que le polynôme $X^2 + X + 1$ est irréductible dans $\mathbb{R}[X]$.*
   (b) *Donner la division euclidienne de X^4 par $X^2 + X + 1$.*
   (c) *Décomposer dans $\mathbb{R}[X]$ la fraction rationnelle*

$$F = \frac{X^4}{(X^2 + X + 1)^3}.$$

2. (a) *Donner deux polynômes U et V tels que*

$$U(X^2 + X + 1) + V(X^2 + 1) = 1$$

.

   (b) *Décomposer dans $\mathbb{R}[X]$ la fraction rationnelle*

$$G = \frac{3}{(X^2 + X + 1)(X^2 + 1)}.$$

exosup.com

exosup.com page facebook

Execice: 3 *Soitf l'application de* $\mathbb{R}^3$ *dans* $\mathbb{R}^2$ *définie par :*

$$f\colon \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R}^2 \\ (x,y,z) & \to & (x-z, x+y+z) \end{array}$$

1. *Montrer que* f *est une application linéaire, et Donner sa matrice.*
2. *Déterminer* $Ker(f)$, *et donner sa dimesion.*
3. *Déterminer* $Im(f)$, *et donner sa dimension.*